SOLUTION TP nº 2

Solution 1.

1. (a) On lance une pièce de monnaie. On s'intéresse au côté affiché. Donner un univers associé à cette expérience aléatoire. Commenter la commande suivante :
   `tosscoin(1)`
   (on précise que H signifie Head (Face) et T signifie Tail (Pile)).
   Cela renvoie un univers associé au lancer d'une pièce de monnaie.

   (b) Décrire l'enjeu de la commande suivante :
   `tosscoin(3)`
   Cela renvoie un univers associé au lancer de 3 pièces de monnaie.

2. (a) On lance un dé cubique honnête dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On s'intéresse au numéro affiché. Donner un univers associé à cette expérience aléatoire. Commenter la commande suivante :
   `rolldie(1)`
   Cela renvoie un univers associé au lancer d'un dé cubique honnête.

   (b) Décrire l'enjeu de la commande suivante :
   `rolldie(2)`
   Cela renvoie un univers associé au lancer de 2 dés cubiques honnêtes.

3. (a) On lance un dé pyramidal honnête dont les faces sont numérotées de 1 à 4. On s'intéresse au numéro affiché. Donner un univers associé à cette expérience aléatoire. Commenter la commande suivante :
   `rolldie(1, nsides = 4)`
   Cela renvoie un univers associé au lancer d'un dé pyramidal honnête.

   (b) Décrire l'enjeu de la commande suivante :
   `rolldie(2, nsides = 4)`
   Cela renvoie un univers associé au lancer de 2 dés pyramidaux honnêtes.

Solution 2. Reproduire et analyser les commandes suivantes :

```
S = cards() ; S
A = subset(S, suit == "Diamond") ; A
B = subset(S, rank %in% 8:10) ; B
union(A, B)
intersect(A, B)
setdiff(A, B)
setdiff(B, A)
```

Le contexte probabiliste est le suivant : on considère un jeu de 52 cartes. On tire au hasard une carte. On considère les événements : $A =$ "on obtient un carreau" $B =$"on obtient un 8, un 9 ou un 10". Les commandes proposées explicitent les événements A, B, $A \cup B$, $A \cap B$, ainsi que les différences : $A/B = A \cap \overline{B}$ et $B/A = B \cap \overline{A}$.

Solution 3. Une urne contient 3 boules numérotées 1, 2 et 3.

1. (a) Proposer un univers pour l'expérience aléatoire $\mathcal{E}_1$: "on tire au hasard 2 boules avec remise en prenant en compte l'ordre des tirages".
   On propose l'univers :
   $$\Omega = \{(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3)\}.$$
   (b) Reproduire et analyser les commandes suivantes :
   ```
   M = urnsamples(1:3, size = 2, replace = TRUE, ordered = TRUE) ; M
   N = probspace(M) ; N
   ```
   Cela renvoie un univers associé à $\mathcal{E}_1$ et la probabilité que chaque événement élémentaire se réalise.

2. (a) Proposer un univers pour l'expérience aléatoire $\mathcal{E}_2$: "on tire au hasard 2 boules simultanément".
   On propose l'univers :
   $$\Omega = \{\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\}\}.$$
   (b) Reproduire et analyser les commandes suivantes :
   ```
   M = urnsamples(1:3, size = 2, replace = FALSE, ordered = FALSE) ; M
   N = probspace(M) ; N
   ```
   Cela renvoie un univers associé à $\mathcal{E}_2$ et la probabilité que chaque événement élémentaire se réalise.

Solution 4. Reproduire et analyser les commandes suivantes :

```
S = rolldie(2, makespace = TRUE) ; S
A = subset(S, X1 == X2) ; A
B = subset(S, X1 + X2 >= 8) ; B
Prob(A)
Prob(B)
Prob(A, given = B)
Prob(B, given = A)
```

Le contexte probabiliste est le suivant : on lance 2 dés cubiques honnêtes. On s'intéresse au numéros affichés (notés $X1$ pour le premier dé et $X2$ pour le deuxième). On explicite alors un univers associé à cette expérience aléatoire et on précise la probabilité que chaque événement élémentaire se réalise. Puis on considère les événements : $A =$ "les numéros affichés par les 2 dés sont identiques" $B =$" la somme des numéros affichés est supérieure ou égales à 8". Les commandes proposées calculent $\mathbb{P}(A)$, $\mathbb{P}(B)$, $\mathbb{P}_B(A)$ et $\mathbb{P}_A(B)$.

Ainsi :

`Prob(A)` renvoie : `[1] 0.1666667`

`Prob(B)` renvoie : `[1] 0.4166667`

`Prob(A, given = B)` renvoie : `[1] 0.2`

`Prob(B, given = A)` renvoie : `[1] 0.5`

Solution 5. Reproduire et analyser les commandes suivantes :

```
S = cards(makespace = TRUE) ; S
A = subset(S, suit == "Diamond") ; A
B = subset(S, rank %in% c("Q","K")) ; B
Prob(A)
Prob(B)
Prob(A, given = B)
Prob(B, given = A)
```

Le contexte probabiliste est le suivant : on considère un jeu de 52 cartes. On tire au hasard une carte. On explicite alors un univers associé à cette expérience aléatoire et on précise la probabilité que chaque événement élémentaire se réalise. Puis on considère les événements : $A =$ "on obtient un carreau" $B =$"on obtient une reine ou un roi". Les commandes proposées calculent $\mathbb{P}(A)$, $\mathbb{P}(B)$, $\mathbb{P}_B(A)$ et $\mathbb{P}_A(B)$.

Ainsi :

`Prob(A)` renvoie : `[1] 0.25`

`Prob(B)` renvoie : `[1] 0.1538462`

`Prob(A, given = B)` renvoie : `[1] 0.25`

`Prob(B, given = A)` renvoie : `[1] 0.1538462`

Solution 6. Reproduire et analyser les commandes suivantes :

```
L = rep(c("rouge", "vert"), times = c(6, 2))
M = urnsamples(L, size = 3, replace = FALSE, ordered = TRUE)
N = probspace(M) ; N
Prob(N, isrep(N, "rouge", nrep = 3))
Prob(N, isrep(N, "rouge", nrep = 2))
Prob(N, isin(N, c("rouge", "vert", "rouge"), ordered = TRUE))
Prob(N, isin(N, c("rouge", "vert", "rouge")))
```

Un contexte probabiliste possible est le suivant : on considère une urne contenant 6 boules rouges et 2 boules vertes. On extrait au hasard et sans remise 3 boules, l'ordre d'apparition étant pris en compte. Puis on explicite alors un univers associé à cette expérience aléatoire et on précise la probabilité que chaque événement élémentaire se réalise. Puis on calcule :

`Prob(N, isrep(N, "rouge", nrep = 3))` : la probabilité d'obtenir 3 boules rouges. Cela renvoie : `[1] 0.3571429`

`Prob(N, isrep(N, "rouge", nrep = 2))` : la probabilité d'obtenir exactement 2 boules rouges. Cela renvoie : `[1] 0.5357143`

`Prob(N, isin(N, c("rouge", "vert", "rouge"), ordered = TRUE))` la probabilité d'obtenir une boule rouge au premier tirage, une boule verte au deuxième et une boule rouge au troisième. Cela renvoie : `[1] 0.1785714`

`Prob(N, isin(N, c("rouge", "vert", "rouge")))` : la probabilité d'obtenir 2 boules rouges et une boule verte. Cela renvoie : `[1] 0.5357143`

Solution 7. On lance une pièce de monnaie équilibrée 8 fois. Écrire des commandes R permettant de calculer :

1. la probabilité d'obtenir exactement 3 fois Pile,

   `S = tosscoin(8, makespace = TRUE)`

   `A = subset(S, isrep(S, vals = "T", nrep = 3))`

   `Prob(A)`

   Cela renvoie : `[1] 0.21875`

2. la probabilité d'obtenir au moins une fois Face.

   Rappel : le contraire de l'événement $A =$ "obtenir au moins une fois Face" est $\overline{A} =$ "obtenir que des Piles".

   `S = tosscoin(8, makespace = TRUE)`

   `barA = subset(S, isrep(S, vals = "T", nrep = 8))`

   `ProbA = 1 - Prob(barA) ; ProbA`

   Cela renvoie : `[1] 0.9960938`

   ou

   `A = subset(S, isin(S, "H"))`

   `Prob(A)`

Solution 8. Reproduire et analyser les commandes suivantes :

`probspace(tosscoin(1), probs = c(0.7, 0.3))`

Le contexte probabiliste est le suivant : on lance une pièce de monnaie truquée ; la probabilité que Face s'affiche est de 0.7. On explicite alors un univers associé à cette expérience aléatoire et on précise la probabilité que chaque événement élémentaire se réalise.

`probspace(rolldie(1, nsides = 4), probs = c(0.2, 0.2, 0.5, 0.1))`

Le contexte probabiliste est le suivant : on lance un dé pyramidal truqué ; la probabilité que le numéro 1 s'affiche est de 0.2, que le numéro 2 s'affiche est de 0.2, que le numéro 3 s'affiche est de 0.5 et que le numéro 4 s'affiche est de 0.1. On explicite alors un univers associé à cette expérience aléatoire et on précise la probabilité que chaque événement élémentaire se réalise.