

TP 9 : Bilan sur les *var*

Exercice 1. Représenter le graphe de (la "densité" associée à) la loi de Poisson $\mathcal{P}(1)$.

Exercice 2. Soit X une *var* suivant la loi $\mathcal{B}(5, 0.6)$.

1. Calculer $\mathbb{P}(X \leq 4)$.
2. Représenter le graphe de la fonction de répartition de X .
3. Déterminer le réel

$$x_* = \inf\{k \in \{0, \dots, 5\}; \mathbb{P}(X \leq k) \geq 0.25\}.$$

4. Simuler 20 réalisations de X .

Exercice 3. Représenter le graphe de la densité de la loi du chi-deux $\chi^2(3)$ sur $[0, 10]$.

Exercice 4. Séparer l'écran graphique en 3 (1 ligne, 3 colonnes).

- Dans la première fenêtre représenter le graphe de la densité de la loi normale $\mathcal{N}(4, 1)$, puis ajouter, dans la même fenêtre, avec une autre couleur, le graphe de la densité de la loi normale $\mathcal{N}(5, 1)$.
- Dans la deuxième fenêtre représenter le graphe de la densité de la loi normale $\mathcal{N}(4, 1)$, puis ajouter, dans la même fenêtre, avec une autre couleur, le graphe de la densité de la loi normale $\mathcal{N}(4, 4)$.
- Dans la troisième fenêtre représenter le graphe de la densité de la loi normale $\mathcal{N}(4, 1)$, puis ajouter, dans la même fenêtre, avec une autre couleur, le graphe de la densité de la loi normale $\mathcal{N}(5, 4)$.

Exercice 5. Soit Z une *var* suivant la loi normale $\mathcal{N}(0, 1)$. Calculer les probabilités :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(Z < -0.5), \quad \mathbb{P}(Z > 1.5), \quad \mathbb{P}(Z > -1), \\ \mathbb{P}(|Z| \leq 1.96), \quad \mathbb{P}(|Z| \leq 2.58), \quad \mathbb{P}(|Z| \geq 3). \end{aligned}$$

Exercice 6. Soit X une *var* suivant la loi normale $\mathcal{N}(15, 9)$.

1. Calculer les probabilités :

$$\mathbb{P}(16 \leq X \leq 20), \quad \mathbb{P}(X > 18), \quad \mathbb{P}(X < 6), \quad \mathbb{P}(|X - 15| > 5.88).$$

2. Représenter le graphe de la fonction de répartition de X sur $[6, 24]$.

Exercice 7. Représenter sur un même graphique, la fonction de répartition associée à la loi binomiale $\mathcal{B}(50, 0.4)$ (avec la commande `stepfun`) et celle associée à la loi normale $\mathcal{N}(20, 12)$ (avec la commande `curve`).

Exercice 8. Pour une *var* à densité W et $p \in [0, 1]$, on appelle p -quantile de W le réel w_p tel que

$$\mathbb{P}(W \leq w_p) = p.$$

1. Soit Z une *var* suivant la loi $\mathcal{N}(0, 1)$. Calculer les p -quantiles de Z suivants :

$$z_{0.00135}, \quad z_{0.025}, \quad z_{0.95}, \quad z_{0.999}, \quad z_{0.995}, \quad z_{0.99865}.$$

2. Soit X une *var* suivant la loi $\mathcal{N}(19, 3)$. Calculer les p -quantiles de X suivants :

$$x_{0.975}, \quad x_{0.025}.$$

Vérifier que

$$x_{0.975} = 19 + \sqrt{3}z_{0.975}.$$

Exercice 9. Séparer l'écran graphique en 6 (2 lignes, 3 colonnes).

- Dans la fenêtre 1, représenter le graphe de la densité de la loi du chi-deux $\chi^2(1)$ sur $[0.01, 10]$,
- Dans la fenêtre 2, représenter le graphe de la densité de la loi du chi-deux $\chi^2(2)$ sur $[0.01, 10]$,
- Dans la fenêtre 3, représenter le graphe de la densité de la loi du chi-deux $\chi^2(3)$ sur $[0.01, 10]$,
- Dans la fenêtre 4, représenter le graphe de la densité de la loi du chi-deux $\chi^2(5)$ sur $[0.01, 10]$,
- Dans la fenêtre 5, représenter le graphe de la densité de la loi du chi-deux $\chi^2(10)$ sur $[0.01, 20]$,
- Dans la fenêtre 6, représenter le graphe de la densité de la loi du chi-deux $\chi^2(20)$ sur $[0.01, 60]$.

Exercice 10. Séparer l'écran graphique en 4 (2 lignes, 2 colonnes).

- Dans la fenêtre 1, représenter le graphe de la densité de la loi exponentielle $\mathcal{E}(1)$ sur $[0, 3]$,
- Dans la fenêtre 2, représenter le graphe de la densité de la loi exponentielle $\mathcal{E}(2)$ sur $[0, 3]$,
- Dans la fenêtre 3, représenter le graphe de la densité de la loi exponentielle $\mathcal{E}(0.5)$ sur $[0, 20]$,
- Dans la fenêtre 4, représenter le graphe de la densité de la loi exponentielle $\mathcal{E}(0.1)$ sur $[0, 60]$.