

TD n° 1 : Dénombrement

Exercice 1. Soient $A = \{\text{entiers impairs}\}$ une partie de \mathbb{N} , $B = [1, 9[$ et $C = \{4\}$ deux parties de \mathbb{R} . Calculer

$$A \cap B, \quad B \cap C, \quad A \cap C, \quad \overline{A}, \quad \overline{A \cup B}.$$

Exercice 2. Soit E l'ensemble des individus d'une population. Dans celle-ci, on considère F l'ensemble des femmes et C l'ensemble des personnes (hommes et femmes) aimant le chocolat. Écrire, en fonction des ensembles précédents, l'ensemble des possibilités pour :

1. choisir une femme aimant le chocolat,
2. choisir une femme, puis un homme,
3. choisir une femme n'aimant pas le chocolat, puis un homme aimant le chocolat.

Exercice 3. Soient A et B deux ensembles tels que

$$\text{Card}(A) = 4, \quad \text{Card}(B) = 3, \quad \text{Card}(A \cap B) = 1.$$

Calculer $\text{Card}(A \cup B)$.

Exercice 4. Dans un restaurant universitaire, un menu comporte une entrée, un plat et un dessert. Combien de menus différents peut-on composer si on a le choix entre 3 entrées, 2 plats et 4 desserts ?

Exercice 5. Combien de mots de passe de 8 symboles peut-on créer avec 66 caractères ?

Exercice 6. Si, dans un pays, les voitures ont des plaques d'immatriculation avec 2 lettres (leur alphabet a 26 caractères) et ensuite 3 chiffres, combien de plaques possibles y a-t-il ?

Exercice 7.

1. Combien d'anagrammes peut-on faire avec le mot "dinosauure" ?
2. Combien d'entre eux commence par la lettre "s" ?

Exercice 8. Un professeur dispose de 32 livres sur un rayon de sa bibliothèque dont 23 de mathématiques et 9 de physique. Le professeur aimerait ranger ses livres de sorte que tous les livres traitant du même sujet restent groupés. Combien y a-t-il de dispositions possibles ?

Exercice 9. Dans une conférence, 4 Américains, 3 Suisses et 5 Anglais doivent s'asseoir sur un même banc. Les gens de même nationalité doivent rester ensemble. Combien de dispositions peut-on imaginer ?

Exercice 10. On veut former un comité comprenant 4 des 23 personnes d'un groupe. Combien de comités différents peut-on former ?

Exercice 11. Soit $n \in \mathbb{N} - \{0, 1\}$. On place n points sur cercle. Combien de traits reliant uniquement 2 points (appelés cordes) peut-on tracer ?

Exercice 12. On place 3 boules rouges et 2 boules blanches dans 5 cases disposées en ligne droite, chacune des cases pouvant contenir une seule boule. Combien y a-t-il de dispositions distinctes ?

Exercice 13. On a écrit 7 lettres, mais on ne dispose que de 4 timbres. Combien y a-t-il de manières différentes pour choisir les lettres à envoyer ?

Exercice 14. Les garnitures disponibles pour faire une pizza sont de 4 types de viande, 4 types de légumes et 3 types de fromage. Combien de façons y a-t-il pour créer une pizza ayant 2 viandes, un légume et un fromage ?

Exercice 15. On considère les deux grilles suivantes :

Grille A

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

Grille B

a	b	c	d	e
---	---	---	---	---

Déterminer le nombre de façons possibles de cocher 8 cases dans la grille A et une case dans la grille B.

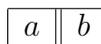
Exercice 16. Une urne contient 10 boules dont 7 blanches et 3 noires. On tire au hasard et simultanément 4 boules de l'urne. Calculer le nombre de possibilités pour obtenir exactement 2 boules blanches.

Exercice 17. Il faut répartir 21 étudiants en trois groupes de 7 personnes chacun. Combien y a-t-il de répartitions possibles ?

Exercice 18. Combien d'anagrammes peut-on faire avec le mot "ananas" ?

Exercice 19. Si 10 tableaux noirs doivent être affectés à 4 écoles (certaines écoles pouvant ne pas avoir de tableau), de combien de manières différentes peut-on les répartir ?

Exercice 20. Chaque pièce d'un jeu de domino est de la forme :



avec $(a, b) \in \{\text{vide}, \bullet, \bullet\bullet, \bullet\bullet\bullet, \bullet\bullet\bullet\bullet, \bullet\bullet\bullet\bullet\bullet, \bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\}$ ² en sachant qu'un domino reste le même si on le tourne à 180 degrés. Par exemple, (c'est un, et un seul domino). Déterminer le nombre de pièces différentes que contient un jeu complet de dominos.