

TD n° 7 : Variables aléatoires réelles discrètes I

Exercice 1. Un joueur joue à un jeu dont la probabilité de gagner est $0,32$. S'il gagne, il reçoit 4 €, sinon il perd 2 €. Soit X la *var* égale au gain du joueur (une perte est un gain négatif). Déterminer la loi de X .

Exercice 2. Sur un étalage, il y a 40 melons dont 26 de catégorie A et 14 de catégorie B . On extrait au hasard un melon. Soit X la *var* caractérisant la catégorie du melon. On considère les événements $\{X = 0\} = \text{"le melon est de catégorie A"}$ et $\{X = 1\} = \text{"le melon est de catégorie B"}$.

1. Déterminer un espace probabilisé adapté à cette expérience aléatoire.
2. Déterminer la loi de X .

Exercice 3. Une entreprise fabrique des rames de métro. Une étude a montré qu'elle vend $0, 1, 2, 3$ ou 4 rames par mois. Soit X la *var* égale au nombre de rames vendues en un mois. On sait qu'il existe un unique réel a tel que la loi de X vérifie :

k	0	1	2	3	4
$\mathbb{P}(X = k)$	$0,1$	$0,25$	$0,35$	$0,25$	a

Calculer a .

Exercice 4. Soient $p \in]0, 1[$ et X une *var* dont la loi est donnée par

$$\mathbb{P}(X = -1) = \frac{p}{2}, \quad \mathbb{P}(X = 0) = 1 - p, \quad \mathbb{P}(X = 1) = \frac{p}{2}.$$

Déterminer la loi de X^2 .

Exercice 5. Soient $p \in]0, 1[$ et X une *var* suivant la loi de Bernoulli $\mathcal{B}(1 - p)$:

$$\mathbb{P}(X = 0) = p, \quad \mathbb{P}(X = 1) = 1 - p.$$

On pose

$$Y = \inf(X^2, 2X).$$

Déterminer la loi de Y .

Exercice 6. Soit X une *var* telle que $X(\Omega) = \{3, 4, 5, 6\}$ et

$$\mathbb{P}(X < 5) = \frac{1}{3}, \quad \mathbb{P}(X > 5) = \frac{1}{2}, \quad \mathbb{P}(X = 3) = \mathbb{P}(X = 4).$$

Déterminer la loi de X .

Exercice 7. Une personne choisit au hasard un entier dans l'ensemble $\{1, \dots, 15\}$. Cet entier est une *var* X suivant la loi uniforme $\mathcal{U}(\{1, \dots, 15\})$:

$$\mathbb{P}(X = k) = \frac{1}{15}, \quad k \in \{1, \dots, 15\}.$$

Calculer la probabilité que cet entier appartienne à l'intervalle $[3, 8]$.

Exercice 8. Un immeuble de 8 étages est équipé d'un ascenseur. Un jour donné, 2 personnes montent dans cet ascenseur au rez de chaussée et descendent chacune à un étage au hasard et de façon indépendante. Soit X la *var* égale au nombre d'arrêts de l'ascenseur. Déterminer la loi de X .

Exercice 9. Un joueur disposant de 25 € joue au jeu suivant : il lance deux dés cubiques honnêtes.

- Si les deux dés affichent le même numéro alors il perd 10 €.
- Si les deux dés affichent deux numéros de parités différentes alors il perd 5 €.
- Dans les autres cas, il gagne 15 €.

Soit X la *var* égale à l'argent qu'il lui reste après avoir jouer.

1. Déterminer un espace probabilisé adapté à cette expérience aléatoire.
2. Déterminer la loi de X .

Exercice 10. On permutte au hasard les lettres du mot "bébés". Soit X la *var* égale au nombre de "é" par lequel commence le mot obtenu.

1. Déterminer un espace probabilisé adapté à cette expérience aléatoire.
2. Décrire les événements $\{X = 1\}$ et $\{X = 2\}$.
3. Déterminer la loi de X .

Exercice 11. Un marchand de glaces propose 9 parfums au choix pour les glaces en cornet. Trois clients choisissent chacun un des parfums proposés. Soit X la *var* égale au nombre de parfums différents choisi par les 3 clients.

1. Déterminer un espace probabilisé adapté à cette expérience aléatoire.
2. Déterminer la loi de X .

Exercice 12. Un sac contient 6 jetons dont 1 vert, 1 rouge et 4 jaunes. Un joueur tire au hasard et simultanément 3 jetons du sac. Il gagne 2 € s'il a tiré le jeton vert, perd 2 € s'il a tiré le jeton rouge, et ne gagne rien avec les jetons jaunes. Soit X la *var* égale au gain du joueur (une perte est un gain négatif).

1. Déterminer un espace probabilisé adapté à cette expérience aléatoire.
2. Déterminer la loi de X .