TD n° 8 : Variables aléatoires réelles discrètes II

Exercice 1. On considère les grilles :

Grille A

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

Grille B

a	b	c	d	e
---	---	---	---	---

Un jeu consiste à cocher 8 cases dans la grille A et une case dans la grille B . Un tirage détermine 8 bons numéros dans la grille A et une bonne lettre dans la grille B . Soit X la *var* égale au nombre de croix gagnantes.

1. Déterminer un espace probabilisé adapté à cette expérience aléatoire.
2. Déterminer la loi de X .

Exercice 2. Une urne contient 10 boules numérotées de 1 à 10. On tire au hasard et simultanément 6 boules de l'urne. Soit X la *var* égale au plus grand numéro tiré.

1. Déterminer un espace probabilisé adapté à cette expérience aléatoire.
2. Déterminer la loi de X .

Exercice 3. On lance n fois une pièce de monnaie équilibrée. À chaque lancer, on s'intéresse à la nature du côté affiché (Pile ou Face). On dit qu'un lancer est un changement s'il donne un résultat différent du lancer précédent. Soit X la *var* égale au nombre de changements obtenus.

1. Déterminer un espace probabilisé adapté à cette expérience aléatoire.
2. Déterminer la loi de X .

Exercice 4. Une urne contient n^2 boules numérotées de 1 à n^2 . On tire au hasard et simultanément m boules de l'urne. Soit X la *var* égale au nombre de carrés obtenus (on dit qu'un numéro x est un carré si $\sqrt{x}$ est un entier, par exemples, $1 = 1^2$ est un carré, $4 = 2^2$ est carré ...).

1. Déterminer un espace probabilisé adapté à cette expérience aléatoire.
2. Déterminer la loi de X .

Exercice 5. Des recherches récentes indiquent qu'environ 0,5% des enfants français sont déficients en vitamine D. Approcher la probabilité qu'au moins 2 enfants soient déficients en vitamine D parmi 400 enfants français choisis au hasard.

Exercice 6. Une urne contient 5 boules numérotées de 1 à 5.

1. On tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne. Soit X la *var* égale à la somme des trois numéros inscrits sur ces 3 boules.
 - (a) Déterminer un espace probabilisé adapté à cette expérience aléatoire. On décrira dans le détail l'univers considéré.
 - (b) Déterminer la loi de X .
2. On tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne 5 fois de suite avec remise des 3 boules après chaque tirage. Soit Y la *var* égale au nombre de fois que la somme des 3 numéros obtenus vaut 8.

Exercice 7. Soient $p \in]0, 1[$ et $n \in \mathbb{N}^*$. Un standardiste donne n appels téléphoniques différents. À chaque appel, la probabilité qu'il parvienne à joindre son correspondant est p . Après cette première série d'essais, il tente le lendemain de rappeler les correspondants qu'il n'avait pas réussi à joindre. Les hypothèses sur ses chances de réussite sont les mêmes. Soit X la *var* égale au nombre de personnes jointes l'un ou l'autre jour.

1. Calculer la probabilité qu'un correspondant soit joint l'un ou l'autre jour.
2. Déterminer la loi de X .

Exercice 8. Un manuscrit de 100 pages comporte 200 fautes de frappe. Celles-ci sont réparties aléatoirement et indépendamment les unes des autres. On choisit au hasard une page de ce manuscrit. Soit X la *var* égale au nombre de fautes de frappe sur cette page.

1. Déterminer la loi de X . Quelle autre loi peut-on utiliser pour approcher la loi de X ?
2. Calculer la probabilité approchée que la page choisie ne contienne aucune faute de frappe.

Exercice 9. Une entreprise fabrique, en grande quantité, des tiges métalliques cylindriques pour l'industrie. Leur longueur et leur diamètre sont exprimés en millimètres. Dans un lot, 3% des tiges ne sont pas conformes pour la longueur. On prélève au hasard 50 tiges de ce lot pour vérification. Le lot est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à des tirages avec remise. Soit la *var* X qui, à tout prélèvement de 50 tiges, associe le nombre de tiges non conformes pour la longueur.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
2. Calculer la probabilité qu'au plus 2 tiges ne soient pas conformes pour la longueur.
3. Montrer que la loi de X peut être approchée par une loi de Poisson dont on déterminera le paramètre.
4. Calculer la probabilité approchée que le nombre de tiges non conformes soit égale à 2, puis la probabilité approchée que le nombre de tiges non conformes soit au plus égale à 2.