TD n° 8 : ANOVA à 2 facteurs

Exercice 1. Un expérimentateur s'intéresse à la qualité sensorielle de la viande bovine selon la nature de l'herbe pâturée et la durée d'alimentation à base d'ensilage de maïs. Il peut disposer de 3 types d'herbe : $H1$: *Trifolium preatense*, $H2$: *Festuca arundinacea* et $H3$: *Bromus inermis*. Il expérimentera 4 durées d'alimentation : $D1$: 30 jours, $D2$: 40 jours, $D3$: 50 jours et $D4$: 60 jours. Il dispose de 36 vaches. Pour tout $(i, j) \in \{1, 2, 3\} \times \{1, 2, 3, 4\}$, il choisit au hasard 3 vaches qu'il met à pâturer avec le type d'herbe Hi pour une durée Dj. La caractéristique étudiée est un indice de flaveur "herbe" dans la viande (sur une échelle de 0 à 10). Les résultats sont :

	$D1$	$D2$	$D3$	$D4$
$H1$	7	7	4	4
	4	6	4	3
	7	8	6	6
$H2$	5	5	3	1
	6	5	3	2
	6	4	1	2
$H3$	7	6	5	2
	7	7	5	3
	8	8	4	6

Pour tout $(i, j) \in \{1, 2, 3\} \times \{1, 2, 3, 4\}$, l'indice correspondant à (Hi, Dj) peut être modélisé par une *var* $X_{i,j}$ suivant la loi normale $\mathcal{N}(\mu_{i,j}, \sigma^2)$, avec $\mu_{i,j}$ et σ inconnus. On réalise une analyse de la variance avec, pour facteur A : "type d'herbe", et pour facteur B : "durée d'alimentation au maïs". Le tableau associé, incomplet, donne :

	sce	ddl	cm	f_{obs}
Total	138.75			
Factoriel A				
Factoriel B	68.75			
Factoriel AB	5.833			
Résiduel	32			

1. Reproduire et compléter le tableau d'analyse de la variance *(garder 3 décimales pour les cm)*.
2. En prenant le risque 5%, répondre aux questions suivantes en justifiant la réponse :
   (a) Y a-t-il un effet "type d'herbe" ?
   (b) Y a-t-il un effet "durée d'alimentation en maïs" ?
   (c) Y a-t-il une interaction "type d'herbe * durée d'alimentation en maïs" ?
   (d) Y a-t-il un effet "type d'herbe" ? Si oui, peut-on affirmer, au risque 5%, que cet effet diffère selon la durée d'alimentation au maïs ?
   (e) Y a-t-il un effet "durée d'alimentation au maïs" ? Si oui, peut-on affirmer, au risque 5%, que cet effet diffère selon le type d'herbe ?

Exercice 2. Un producteur de sauce italienne souhaite comparer 4 conditionneuses : C_1, C_2, C_3 et C_4, quant à la teneur en viande des boites qu'elles remplissent. Il souhaite ainsi savoir si les teneurs en viande sont identiques d'une journée à l'autre. Il étudie 5 journées de fabrication : J_1, J_2, J_3, J_4 et J_5. Par jour et par conditionneuse, 2 boîtes sont analysées. Les résultats sont :

	C_1	C_2	C_3	C_4
J_1	13 12.4	15 15.4	13.5 12.3	12.4 12.3
J_2	12 11.8	15.1 15.4	13.1 12	11.5 12.6
J_3	13.2 12	14.2 14.6	11.5 12.2	11.2 12.4
J_4	16.2 16.4	18.4 17.5	15.9 16.3	14.7 15.8
J_5	12 11.8	15.4 16	12.2 11.9	12.4 11

Pour tout $(i, j) \in \{1, 2, 3, 4, 5\} \times \{1, 2, 3, 4\}$, la teneur en viande en grammes correspondant au couple (J_i, C_j) peut être modélisée par une *var* $X_{i,j}$ suivant la loi normale $\mathcal{N}(\mu_{i,j}, \sigma^2)$, avec $\mu_{i,j}$ et σ inconnus. On réalise une analyse de la variance avec, pour facteur A : "jour", et pour facteur B : "type de conditionneuse". Le tableau associé, incomplet, donne :

	sce	ddl	cm	f_{obs}
Total	148.295			
Factoriel A	78.67			
Factoriel B				
Factoriel AB	4.476			
Résiduel	6.36			

1. Reproduire et compléter le tableau d'analyse de la variance *(garder 3 décimales pour les cm)*.
2. En prenant le risque 5%, répondre aux questions suivantes en justifiant la réponse :
   (a) Y a-t-il un effet "jour" ?
   (b) Y a-t-il une interaction "jour * type de conditionneuse" ?

Exercice 3. Trois laboratoires, $L1$, $L2$ et $L3$, ont dans leur cahier des charges "mesurer la teneur en phosphore dans 4 produits courants", $P1$, $P2$, $P3$ et $P4$. Chaque produit est mesuré 2 fois par laboratoire. Les résultats sont :

	$P1$	$P2$	$P3$	$P4$
$L1$	19 17	29.8 29.2	34.6 33.4	59.1 57.1
$L2$	20.5 19.5	28.3 27.7	35.4 33.4	58.8 57.8
$L3$	19.3 18.7	26.9 26.1	34.6 33.8	58.7 57.7

Pour tout $(i, j) \in \{1, 2, 3\} \times \{1, 2, 3, 4\}$, la teneur en phosphore correspondant à (Li, Bj) peut être modélisée par une *var* $X_{i,j}$ suivant la loi normale $\mathcal{N}(\mu_{i,j}, \sigma^2)$, avec $\mu_{i,j}$ et σ inconnus. On réalise une analyse de la variance avec, pour facteur A : "type de laboratoire", et pour facteur B : "type de produit". Le tableau associé, incomplet, donne :

	sce	ddl	cm	f_{obs}
Total	5085.34			
Factoriel A	1.99			
Factoriel B	5062.74			
Factoriel AB				
Résiduel	9.4			

1. Reproduire et compléter le tableau d'analyse de la variance *(garder 4 décimales pour les cm).*

2. En prenant le risque 5%, répondre aux questions suivantes en justifiant la réponse :

   (a) Y a-t-il un effet "type de laboratoire" ?

   (b) Y a-t-il un effet "type de produit" ?

   (c) Y a-t-il une interaction "type de laboratoire * type de produit" ?