

TD n° 3 : Intervalles de confiance - Tests de conformité

Exercice 1. La durée de vie en heures d'un certain type d'ampoule électrique peut être modélisée par une *var* X suivant une loi normale d'écart-type 400. Les durées de vie de 12 ampoules prises au hasard dans un lot ont donné les résultats suivants :

2311	1981	3110	1647	2112	2054	2580	2122	1513	2221	2307	2418
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Déterminer un intervalle de confiance pour la durée de vie moyenne d'une ampoule au niveau 95%.

Exercice 2. Une usine fabrique des câbles. Une étude portant sur un échantillon de 50 câbles a donné une moyenne des charges maximales supportées égales à 12,2 tonnes. On suppose que la masse maximale en tonnes supportée par un câble de cette usine peut être modélisée par une *var* X suivant la loi normale $\mathcal{N}(\mu, (0,5)^2)$, avec μ inconnu.

1. Déterminer un intervalle de confiance pour μ au niveau 99%.
2. Déterminer la taille minimale de l'échantillon étudié pour que la longueur de l'intervalle de confiance au niveau 99% soit inférieure ou égale à 0,2.

Exercice 3. Un biochimiste étudie un type de moisissure qui attaque les cultures de blé. La toxine contenue dans cette moisissure est obtenue sous forme d'une solution organique. On mesure la quantité de substance toxique en milligrammes par gramme de solution. Sur 9 extraits, on a obtenu les mesures suivantes :

1,2	0,8	0,6	1,1	1,2	0,9	1,5	0,9	1
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	---

On suppose que la quantité de substance toxique en milligrammes par gramme de solution peut être modélisée par une *var* X suivant une loi normale.

1. Déterminer les estimations ponctuelles de la moyenne et l'écart-type de la quantité de substance toxique par gramme de solution.
2. Déterminer un intervalle de confiance pour la quantité moyenne de substance toxique par gramme de solution au niveau 95%.

Exercice 4. Une pisciculture élève une certaine espèce de poissons. On a mesuré les masses de 30 poissons de la même espèce. Les résultats, en grammes, sont :

70	85	93	99	101	105	110	121	138	166
74	85	93	99	102	106	110	125	140	180
79	87	94	99	102	107	114	128	147	180

On suppose que la masse en grammes d'un poisson de cette pisciculture peut être modélisée par une *var* X suivant la loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, avec μ et σ inconnus.

1. Donner les estimations ponctuelles de μ et σ^2 .
2. Déterminer un intervalle de confiance pour μ au niveau 95%.

3. Déterminer un intervalle de confiance pour σ^2 au niveau 95%.

Exercice 5. On considère une population de rongeurs. Afin de déterminer la proportion de mâles dans la population, on considère un échantillon de 400 naissances. Sur celles-ci, 206 rongeurs sont des mâles.

Déterminer un intervalle de confiance pour la proportion inconnue de mâles au niveau 95%.

Exercice 6. La température d'ébullition en degrés Celsius d'un certain liquide peut être modélisée par une *var* X suivant la loi normale $\mathcal{N}(\mu, (1, 2)^2)$, avec μ inconnue. On mesure la température d'ébullition de 16 échantillons de ce liquide. La moyenne des mesures obtenues est 94,32.

Peut-on affirmer, au risque 5%, que la température d'ébullition moyenne du liquide est différente de 95 degrés Celsius ?

Exercice 7. Une usine fabrique des billes métalliques. L'usine s'est engagée à fournir à un client des billes dont le diamètre moyen est de 25 millimètres. Le client réceptionne sa commande. Dans le lot reçu, il prélève un échantillon de 20 billes choisies au hasard et avec remise, et mesure les diamètres suivants :

24,7	24,9	25,0	25,0	25,1	25,1	25,1	25,2	25,3	25,4
24,8	24,9	25,0	25,0	25,1	25,1	25,2	25,3	25,3	25,5

On suppose que le diamètre en millimètres de ces billes peut être modélisé par une *var* X suivant une loi normale.

À partir de ces données, peut-on affirmer que l'usine ne respecte pas ses engagements ? Faire un test d'hypothèses adapté au risque 5%.

Exercice 8. Un fabricant de gâteaux commercialise ses produits avec sur l'emballage la mention "Teneur moyenne en lipides inférieure ou égale à 20 grammes". Le fabricant veut contrôler sa production et il souhaite ne se tromper que 5 fois sur 100 en décidant que ses gâteaux ne respectent plus l'indication notée sur l'emballage. Il prélève au hasard dans sa production 7 gâteaux. Les résultats sont :

20	23	23	23	22	20	23
----	----	----	----	----	----	----

On suppose que la teneur en lipides en grammes d'un gâteau peut être modélisée par une *var* X suivant une loi normale.

Proposer un test d'hypothèses adapté au problème et conclure.

Exercice 9. On dit qu'un citron est de calibre C si son diamètre est compris entre 6,5 et 7,3 centimètres. Un producteur affirme que la majorité des citrons sortant de sa production sont de calibre C. Pour vérifier cette affirmation, un contrôleur extrait au hasard 40 citrons sortant de cette production et mesure leur diamètre. Les résultats, en centimètres, sont :

6,71	6,43	7,74	6,51	6,79	7,32	6,65	6,78	7,22	6,42
5,82	6,18	6,45	5,95	7,86	7,11	7,02	6,80	6,93	6,90
6,16	6,79	6,82	6,13	5,93	6,95	6,63	6,44	6,18	7,03
7,48	7,21	6,05	6,66	6,77	6,08	6,75	6,74	6,25	7,24

Est-ce que le contrôleur peut dire, au risque 1%, que le producteur a raison ?